BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

HƯỚNG DẪN GIẢI

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2020
Bài thi : TOÁN
Thời gian làm bài : 90 phút

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.D	5.A	6.B	7.B	8.D	9.A	10.C
11.A	12.C	13.B	14.D	15.D	16.A	17.B	18.B	19.C	20.D
21.A	22.B	23.C	24.A	25.B	26.A	27.C	28.D	29.A	30.C
31.A	32.B	33.A	34.C	35.B	36.A	37.A	38.B	39.D	40.A
41.B	42.A	43.C	44.C	45.B	46.C	47.D	48.B	49.D	50.A

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 14. **B.** 48. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Để chọn một học sinh trong số các học sinh đã cho, ta có 2 lựa chọn:
Chọn một học sinh nam: Có 6 cách chọn.
Chọn một học sinh nữ: Có 8 cách chọn.
Vậy theo quy tắc cộng, có tất cả 6+8=14 (cách chọn).

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Công bội của cấp số nhân là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 3: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Ta chọn phương án D.

Câu 5: Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 216. **B.** 18. **C.** 36. **D.** 72.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương đã cho là $V = 6^3 = 216$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = \frac{9}{2}$. **D.** $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x-1 = 3^2 \Leftrightarrow 2x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -1$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

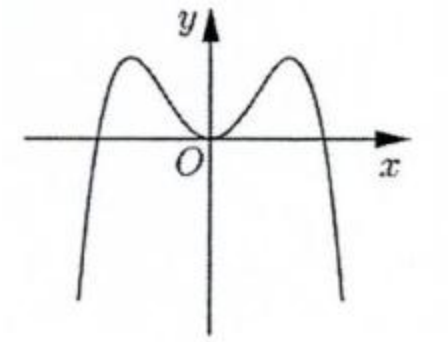
A. 2 **B.** 3 **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -4.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị trên là đồ thị của hàm số dạng $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$.

Câu 10: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(a^2\right)$ bằng

A. $2+\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_2 a$. **C.** $2\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2\left(a^2\right)=2\log_2 a$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos x+6x$ là

A. $\sin x+3x^2+C$. **B.** $-\sin x+3x^2+C$. **C.** $\sin x+6x^2+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int(\cos x+6x)\mathrm{d}x=\sin x+3x^2+C$.

Câu 12: Mô-đun của số phức $1+2i$ bằng

5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|1+2i|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;-2;1\right)$ trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ có tọa độ là

A. $\left(2;0;1\right)$. **B.** $\left(2;-2;0\right)$. **C.** $\left(0;-2;1\right)$. **D.** $\left(0;0;1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của $M(2;-2;1)$ lên mặt phẳng (Oxy) thì cao độ bằng 0.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}(3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}(2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}(3;2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(3;2;-4)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $M(1;2;1)$

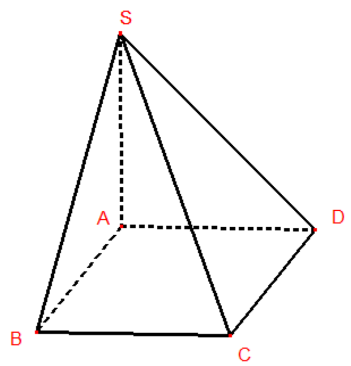
Lời giải

Chọn A

Ta có $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$.

Thay tọa độ điểm $P(-1;2;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{-1+1}{-1}=\frac{2-2}{3}=\frac{1-1}{3}$ ta thấy $P\in d$ và các điểm Q,N,M không thuộc đường thẳng d.

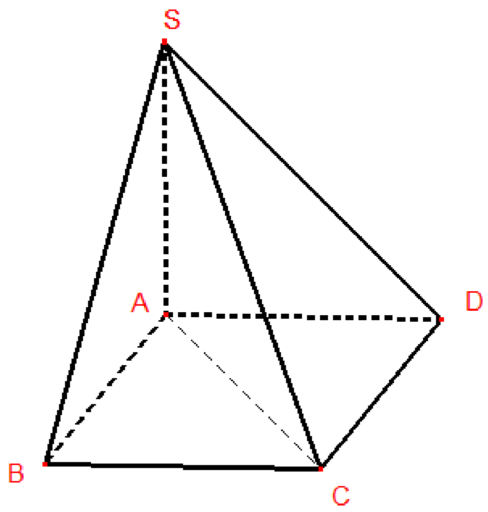
Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$

Do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là SCA

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ nên: $AC = a\sqrt{6}$

Ta có: $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Vậy: $SCA = 30°$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$, như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấy ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x = -1$ và $x = 1$ nên hàm số có 2 cực trị.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 1 **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục và xác định trên $[-1; 2]$.

Ta có $f'(x) = -4x^3 + 24x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 24x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{6} \notin [-1;2] \\ x = -\sqrt{6} \notin [-1;2] \end{array}\right.$.

Ta có $f(0) = 1; f(-1) = 12$; $f(2) = 33$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x) = 33.$

Câu 20: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$. **B.** $a^3 = b$. **C.** $a = b$. **D.** $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2 a = \log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \log_2 (ab)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a = (ab)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a^2 = b.$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2;4]$. **B.** $[-4;2]$. **C.** $(-\infty;2] \cup [4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4] \cup [2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có bất phương trình $\Leftrightarrow x - 1 \geq x^2 - x - 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [-2;4]$.

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 54π. **D.** 27π.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình trụ có bán kính đáy $R = 3$.

Thiết diện qua trục thu được là một hình vuông nên hình trụ có chiều cao $h = 2R = 6$.

Vậy $S_{xq} = 2\pi Rh = 36\pi.$

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3f\left(x\right)-2=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{2}{3}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $d:y=\dfrac{2}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ là

A. $x+3\ln\left(x-1\right)+C.$ **B.** $x-3\ln\left(x-1\right)+C.$

C. $x-\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}+C.$ **D.** $x+\dfrac{3}{\left(x-1\right)^2}+C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f\left(x\right)=\dfrac{x+2}{x-1}=1+\dfrac{3}{x-1}$

$\Rightarrow\int f\left(x\right)dx=\int\left(1+\dfrac{3}{x-1}\right)\mathrm{d}x=\int\mathrm{d}x+3\int\dfrac{1}{x-1}\mathrm{d}x=x+3\ln\left(x-1\right)+C$ với $x\in\left(1;+\infty\right)$.

Câu 25: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S=A.e^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ gia tăng dân số hằng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là $93.671.600$ người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, $Tr.79$). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $0{,}81\%$, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. $109.256.100$. **B.** $108.374.700$. **C.** $107.500.500$. **D.** $108.311.100$.

Lời giải

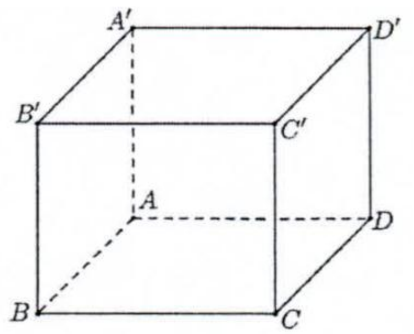
Chọn B

Từ năm 2017 đến năm 2035 có 18 năm.

Áp dụng công thức $S=A.e^{nr}=93.671.600.e^{18.0{,}81\%}\approx108.374.700$

Chọn **B**

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a, BD=a\sqrt{3}$ và $AA'=4a$ (minh họa như hình bên dưới). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, BD = a\sqrt{3} \Rightarrow AC = 2AO = 2\sqrt{a^2 - \frac{3}{4}a^2} = a$

Vậy $S_{ABCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = AA'S_{ABCD} = 2\sqrt{3}a^3$

Chọn **A**

Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)(5x+1)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{5x+1}{x+1} = 3$

$\lim\limits_{x \to (-1)^-} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to (-1)^-} \frac{5x+1}{x+1} = +\infty$

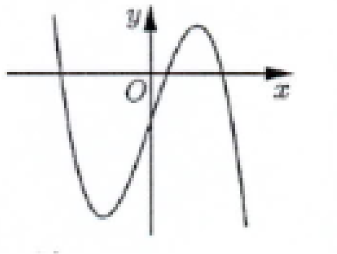
$\lim\limits_{x \to (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to (-1)^+} \frac{5x+1}{x+1} = -\infty$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = 5$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = 5 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = 5$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là 2.

Câu 28: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d \quad a, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên.Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,d>0$. **B.** $a<0,d>0$. **C.** $a>0;d<0$. **D.** $a<0;d<0$.

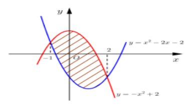
Lời giải

Chọn D

Do nhánh tiến đến $+\infty$ của đồ thị hàm số đi xuống $\Rightarrow a<0$.

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn $0 \Rightarrow d<0$.

Câu 29: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình dưới đây bằng



A. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$. **B.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)dx$.

C. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)dx$ **D.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)dx$

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo bằng

$$S=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+2\right)-\left(x^2-2x-2\right)\right]dx=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$$

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=-3+i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1+\overline{z_2}=-3+i+1+i=-2+2i$

Vậy phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng 2

Câu 31: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(1+2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;4)$. **B.** $Q(5;4)$. **C.** $N(4;-3)$. **D.** $M(4;5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=(1+2i)^2=1+4i+4i^2=-3+4i$

$\Rightarrow$điểm biểu diễn số phức $z=(1+2i)^2$ là điểm $P(-3;4)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;0;3)$ và $\vec{b}=(-2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})$ bằng

A. 25. **B.** 23. **C.** 27. **D.** 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(-1;2;8)\Rightarrow \vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})=1(-1)+0.2+3.8=23$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu $r=IM=\sqrt{4^2+0^2+(-3)^2}=5$.

Phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$. **B.** $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$. **D.** $x-2y-z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;2;1)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;-1)$, nhận $\vec{u}=(2;2;1)$ làm vtpt nên có phương trình

$2(x-1)+2(y-1)+1(z+1)=0\Leftrightarrow 2x+2y+z-3=0$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\vec{u}=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;2)$. **C.** $\vec{u}=(3;4;1)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vectơ $\overrightarrow{MN}=(2;2;4)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm MN

mà $\overrightarrow{MN}=2(1;1;2)=2\vec{u};\vec{u}=(1;1;2)$ nên chọn B

Câu 34: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

A. $\frac{41}{81}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{16}{81}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $X=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$.

+) Có 9 cách chọn a do $a\in X\setminus\{0\}$.

+) Có 9 cách chọn b do $b\in X\setminus\{a\}$.

+) Có 8 cách chọn a do $c\in X\setminus\{a;b\}$.

Suy ra $n(\Omega)=9.9.8=648$.

Gọi A: "Số được chọn có tổng các chữ số là chẵn".

TH 1: Cả ba số a, b, c là chẵn.

+) Số lập được có 3 chữ số chẵn khác nhau có: $C_5^3.3!$ cách lập.

+) Có A_4^2 số có 3 chữ số chẵn khác nhau và số 0 đứng vị trí hàng trăm.

Vậy TH này có $C_5^3.3!-A_4^2=48$ số thỏa mãn.

TH 2: Trong ba số a, b, c có hai số lẻ khác nhau và 1 số chẵn.

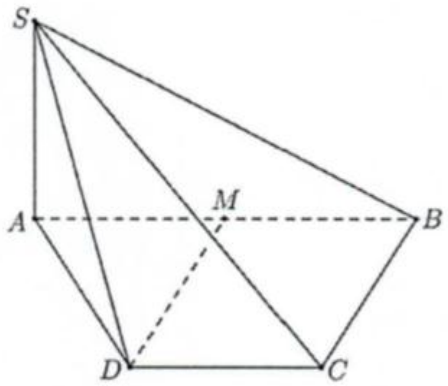
+) Số lập được có hai số lẻ khác nhau và 1 số chẵn có $C_5^1.C_5^2.3!$ cách lập.

+) Có A_5^2 số có hai số lẻ khác nhau và 1 số chẵn và số 0 đứng vị trí hàng trăm.

Vậy TH này có $C_5^1.C_5^2.3!-A_5^2=280$ số thỏa mãn.

Suy ra $n(A)=48+180=328\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{41}{81}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, SA vuông góc mặt phẳng đáy, $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$. SA vuông góc với đáy và $SA=3a$ (minh họa hình dưới đây).

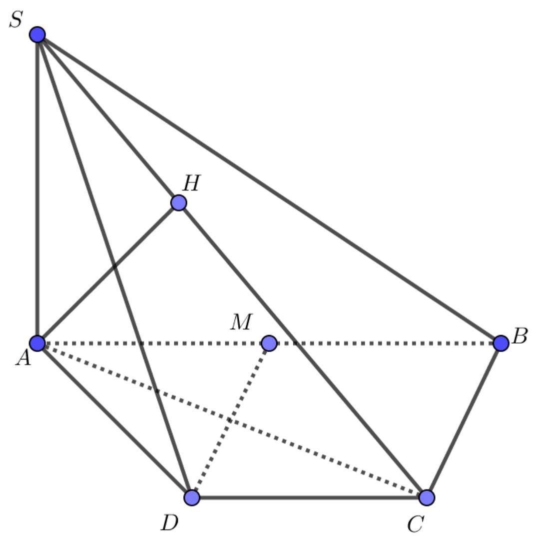


Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

A. $\frac{3}{4}a$. **B.** $\frac{3}{2}a$. **C.** $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}a$

Lời giải

Chọn A



Ta có $DM//(SBC) \Rightarrow d(DM,SB) = d(M,SBC)$

Ta có $MA = MB = MD = MC = a$

Suy ra tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm M, đường kính AB.

Suy raTam giác ABC vuông tại C

Như vậy ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC)$

Dựng $AH \perp SC$ tại H suy ra $AH \perp (SBC)$

$d(A,(SBC)) = AH$

$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$

$SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=2\sqrt{3}a$

$AH=\dfrac{SA.AC}{SC}=\dfrac{3}{2}a$

Ta có $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=2d\left(M,\left(SBC\right)\right)\Rightarrow d\left(M,\left(SBC\right)\right)=\dfrac{3}{4}a$

Bình luận. Ở bài này học sinh rất dễ nhầm lẫn vẽ *AH* vuông góc *SB*, khi đó sẽ dẫn đến việc chọn đáp án C

Câu 36: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f\left(3\right)=3$ và $f'\left(x\right)=\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$ với $x>0$. Khi đó $\int\limits_3^8 f\left(x\right)dx$ bằng

A. 7. **B.** $\dfrac{197}{6}$. **C.** $\dfrac{29}{2}$. **D.** $\dfrac{181}{6}$

Lời giải

Chọn B

$f\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'\left(x\right)=\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$

$\int\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}dx=\int\dfrac{\left(\sqrt{x+1}+1\right)\left(\sqrt{x+1}-1\right)}{\sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}-1\right)}dx=\int\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx=x+2\sqrt{x+1}+C$

Suy ra $f\left(x\right)=x+2\sqrt{x+1}+C$

$f\left(3\right)=3\Leftrightarrow C=-4$

$f\left(x\right)=x+2\sqrt{x+1}-4$

Dùng máy tính bấm $\int\limits_3^8\left(x+2\sqrt{x+1}-4\right)dx=\dfrac{197}{6}$

Bình luận. Bài này hoàn toàn có thể đặt $t=\sqrt{x+1}$ để tìm nguyên hàm của hàm số.

Câu 37: Cho hàm số hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x\neq m$.

Ta có $y' = \dfrac{-m^2+4}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ thì

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4 > 0 \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \le 0.$$

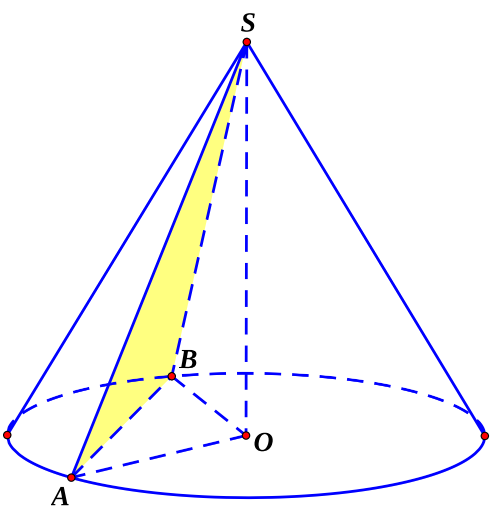
Do m nguyên nên $m=-1; m=0$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 38: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** $32\sqrt{5}\pi$. **D.** 96π.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $S_{SAB} = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = 36 \Rightarrow SA^2 = 36$.

$R = OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{36-20} = 4$

Thể tích của khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{32\sqrt{5}}{3}$.

Câu 41: Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x+y)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\log_2 \dfrac{3}{2}$. **D.** $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x+y) = t$

suy ra $\begin{cases} x = 9^t, y = 6^t \\ 2x + y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2.9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow 2\left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$.

Vậy $\frac{x}{y} = \left(\frac{9}{6}\right)^t = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$.

Chọn B.

Câu 42: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|x^3 - 3x + m\right|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tính tổng các phần tử của S bằng

A. -16. **B.** 16. **C.** -12. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Hàm số $g(x) = x^3 - 3x + m$ là hàm số bậc ba không đơn điệu trên đoạn $[0;3]$ nên ta sẽ đưa hàm số này về hàm bậc nhất để sử dụng các tính chất cho bài tập này.

Đặt $t = x^3 - 3x$, do $[0;3]$ nên ta tìm được miền giá trị $t \in [-2;18]$. Khi đó $y = t + m$ đơn điệu trên $[-2;18]$.

Ta có

$$\max_{x\in[0;3]} y = \max_{t\in[-2;18]} |t+m| = \max\left\{|m-2|;|m+18|\right\} = \frac{|m-2+m+18| + |m-2-m-18|}{2}. = |m+8| + 10$$

Từ giả thiết ta có $\max\limits_{x\in[0;2]} y = 16 \Leftrightarrow |m+8| + 10 = 16 \Leftrightarrow |m+8| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = -14 \end{array}\right.$.

Chú ý: Cách giải trên ta đã sử dụng tính chất của hàm số bậc nhất là

$$\max\ |a|;|b| = \frac{|a+b| + |a-b|}{2} \quad 1 .$$

Tuy nhiên có thể trình bày phần sau bài toán như sau mà không cần công thức (1).

Ta có

$$\max_{x\in[0;3]} y = \max_{t\in[-2;18]} |t+m| = \max\left\{|m-2|;|m+18|\right\}$$

+ Trường hợp 1: $\max\limits_{x\in[0;3]} y = |m+18| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} |m+18| = 16 \\ |m-2| < 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$.

+ Trường hợp 2: $\max\limits_{x\in[0;3]} y = |m-2| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} |m-2| = 16 \\ |m+18| < 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = -14$.

Chọn A.

Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$

A. $(1;2)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $[1;2)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $\log_2^2(2x)-(m+2)\log_2 x+m-2=0\ (*)$

Điều kiện: $x>0$

$(*)\Leftrightarrow(1+\log_2 x)^2-(m+2)\log_2 x+m-2=0$

$\Leftrightarrow \log_2^2 x-m\log_2 x+m-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=m-1\end{array}\right.$.

Ta có: $\log_2 x=1\Leftrightarrow x=2\,(t/m)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\log_2 x=m-1\Leftrightarrow x=2^{m-1}$ có nghiệm duy nhất trên $[1;2)$

$\Leftrightarrow 1\le 2^{m-1}<2\Leftrightarrow 0\le m-1<1\Leftrightarrow 1\le m<2$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A. $-\sin 2x+\cos 2x+C$. **B.** $-2\sin 2x+\cos 2x+C$.

C. $-2\sin 2x-\cos 2x+C$. **D.** $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $(\cos 2x)'=f(x)e^x\Rightarrow f(x)e^x=-2\sin 2x$.

Xét $I=\int f'(x)e^x\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=e^x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=e^x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

$I=f(x)e^x-\int f(x)e^x\mathrm{d}x=-2\sin 2x+2\int\sin 2x\mathrm{d}x=-2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 8.

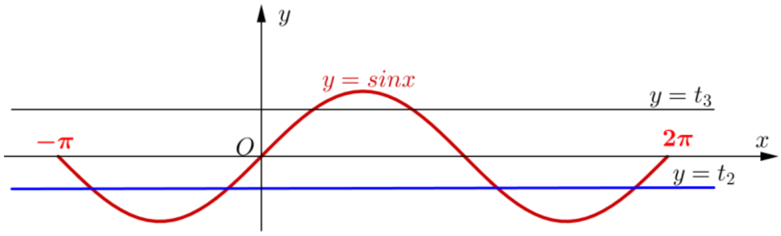
Lời giải

Chọn B

Ta có $2f(\sin x)+3=0 \Leftrightarrow f(\sin x)=-\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$f(\sin x)=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sin x=t_1 \in(-\infty;-1) & (1) \\ \sin x=t_2 \in(-1;0) & (2) \\ \sin x=t_3 \in(0;1) & (3) \\ \sin x=t_4 \in(1;+\infty) & (4) \end{array}\right.$$



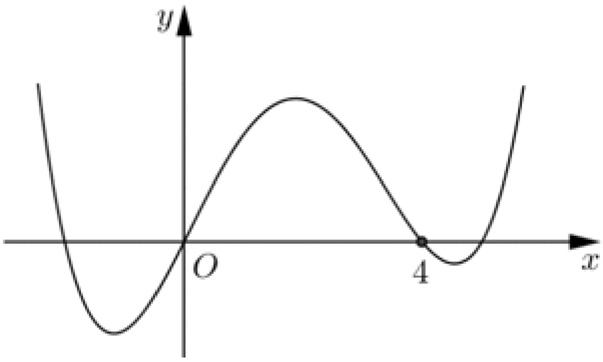
Phương trình (1) và (4) vô nghiệm.

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt

Phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (2).

Do đó tổng số nghiệm của phương trình đã cho là 6.

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^3+3x^2)$ là

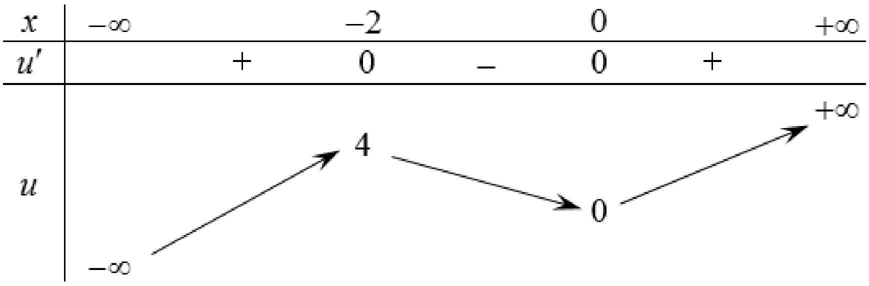
A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $u=x^3+3x^2$ ta có $u'=3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

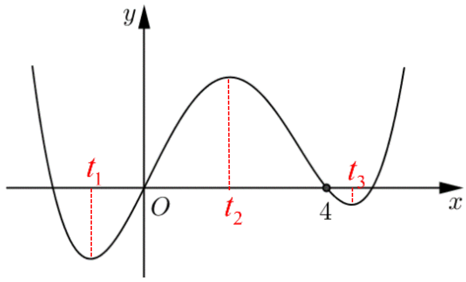


Xét hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2\right)$, ta có $g'(x)=\left(3x^2+6x\right)f'\left(x^3+3x^2\right)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2+6x=0 \\ f'\left(x^3+3x^2\right)=0 \end{array}\right.$$

Phương trình $3x^2+6x=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=-2,\ x=0$.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$



Suy ra: phương trình $f'\left(x^3+3x^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3+3x^2=t_1\in(-\infty;0) & (1) \\ x^3+3x^2=t_2\in(0;4) & (2) \\ x^3+3x^2=t_3\in(4;+\infty) & (3) \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $u=x^3+3x^2$ ta thấy:

(1) có 1 nghiệm duy nhất

(2) có 3 nghiệm phân biệt

(3) có 1 nghiệm duy nhất.

Suy ra $g'(x)=0$ có 7 nghiệm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y$?

A. 2019. **B.** 6. **C.** 2020. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>-1$

Ta có: $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y \Leftrightarrow \log_3(x+1)+(x+1)=2y+3^{2y}$ (*)

Xét hàm số $f(t)=t+3^t, t\in\mathbb{R}$ có $f'(t)=1+3^t\ln 3>0, \forall t\in\mathbb{R}$, tức hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó $(*)\Leftrightarrow f(\log_3(x+1))=f(2y)\Leftrightarrow \log_3(x+1)=2y\Leftrightarrow x=9^y-1$

Vì $0\le x\le 2020$ nên $0\le 9^y-1\le 2020\Leftrightarrow 0\le y\le \log_9 2021$.

Do y nguyên nên $y\in\{0;1;2;3\}$.

$\Rightarrow (x;y)\in\{(0;0);(8;1);(80;2);(728;3)\}$ nên tổng cộng có 4 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa đề.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{17}{20}$. **B.** $-\dfrac{13}{4}$. **C.** $\dfrac{17}{4}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Cách 1 :

Với $\forall x\in\mathbb{R}$ ta có : $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x$

$\Rightarrow x^2f(x^3)+xf(1-x^2)=-x^{11}+x^7-2x^2 \quad (*)$

$\Rightarrow \int\limits_0^1 x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}\int\limits_0^1 f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=-\dfrac{5}{8}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{5}{8}\Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{3}{4}$

Mặt khác : $(*)\Rightarrow \int\limits_{-1}^0 x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^0 xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^0\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}\int\limits_{-1}^0 f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\dfrac{1}{2}\int\limits_{-1}^0 f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=-\dfrac{17}{24}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}\int\limits_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{17}{24}\Rightarrow \int\limits_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x=3\left(\dfrac{1}{2}.\dfrac{-3}{4}-\dfrac{17}{24}\right)=-\dfrac{13}{4}$.

Cách 2 : Chọn $f(x)$ là hàm đa thức và giả sử n là bậc của $f(x)$.

Ta có : bậc của vế phải là 10. Bậc của $xf(x^3)$ là $3n+1$, bậc của $f(1-x^2)$ là $2n$, suy ra bậc của vế trái là $3n+1$. Khi đó : $3n+1=10\Leftrightarrow n=3$. Giả sử hệ số của x^3 trong $f(x)$ là a.

Mặt khác, hệ số bậc cao nhất của vế trái và vế phải lần lượt là a và -1 nên $a=-1$.

Cho $x=0$ thì $f(1)=0\Rightarrow f(x)=-(x-1)(x^2+bx+c)$.

Cho $x=1$ thì $f(1)+f(0)=-2\Rightarrow f(0)=-2\Rightarrow c=-2$.

Cho $x=-1$ thì $f(-1)=-4\Rightarrow b=1$.

Suy ra $f(x)=-(x-1)(x^2+x-2)$. Thử lại thấy thỏa.

Vậy $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\left[-(x-1)(x^2+x-2)\right]\mathrm{d}x=-\dfrac{13}{4}$.

Cách 3 : Đặt $I=\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ và $J=\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$

ta có : $\begin{cases} xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x, \forall x\in\mathbb{R} \\ -xf(-x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6+2x, \forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$

$\Rightarrow xf(x^3)+xf(-x^3)=-4x, \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow f(x^3)+f(-x^3)=-4, \forall x\neq 0$

$\Rightarrow f(x)+f(-x)=-4, \forall x\in\mathbb{R}$ (do $f(0)=-2$)

Suy ra $\int\limits_{-1}^{0}\left[f(x)+f(-x)\right]\mathrm{d}x=-4 \Leftrightarrow \int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x=-4\Rightarrow I+J=-4$ (1)

Mặt khác, với $\forall x\in\mathbb{R}$ ta có : $xf(x^3)+f(1-x^2)=-x^{10}+x^6-2x$

$\Rightarrow x^2f(x^3)+xf(1-x^2)=-x^{11}+x^7-2x^2$

$\Rightarrow \int\limits_{-1}^{0} x^2f(x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{0} xf(1-x^2)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}\int\limits_{-1}^{0} f(x^3)\mathrm{d}(x^3)-\dfrac{1}{2}\int\limits_{-1}^{0} f(1-x^2)\mathrm{d}(1-x^2)=-\dfrac{17}{24}\Rightarrow \dfrac{1}{3}I-\dfrac{1}{2}J=-\dfrac{17}{24}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $I=\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{13}{4}$.

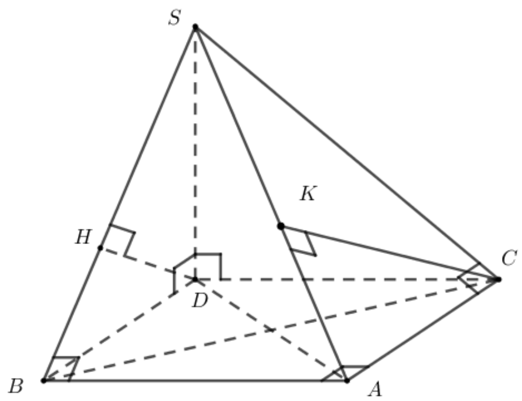
Câu 49: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AB=a, SBA=SCA=90°$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2}{2}$.

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC).

Ta có $\begin{cases}AB\perp SB\\AB\perp SD\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SBD)\Rightarrow AB\perp BD$.

Tương tự, ta có $AC\perp CD$

$\Rightarrow ABDC$ là hình vuông cạnh a.

Đăt $SD=x, x>0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên $SB\Rightarrow DH=\frac{DB.DS}{\sqrt{DB^2+DS^2}}=\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$.

Ta có $\begin{cases}DH\perp SB\\DH\perp AB\end{cases}\Rightarrow DH\perp(SAB)\Rightarrow d\left(D,(SAB)\right)=DH=\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}$.

Lại có $CD//AB\Rightarrow CD//(SAB)\Rightarrow d\left(C,(SAB)\right)=d\left(D,(SAB)\right)=DH$.

ΔSCA vuông tại C, có $AC=a, SC=\sqrt{x^2+a^2}$.

Kẻ $CK\perp SA\Rightarrow CK=\frac{CA.CS}{\sqrt{CA^2+CS^2}}=\frac{a.\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2+2a^2}}$.

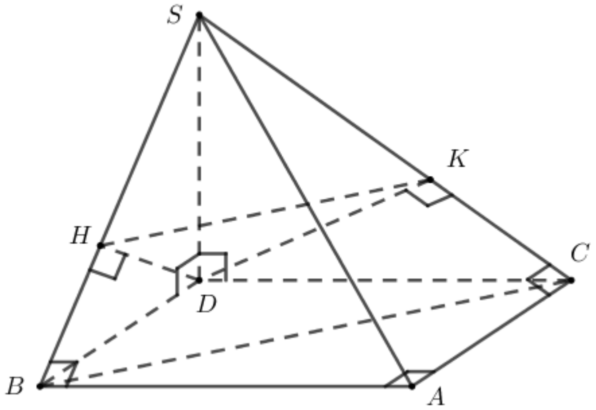
Vì $(SAB)\cap(SAC)=SA\Rightarrow \sin\left((SAB),(SAC)\right)=\frac{d\left(C,(SAB)\right)}{d(C,SA)}=\frac{DH}{CK}$

$$\Leftrightarrow \sin 60^\circ=\frac{\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}}{\frac{a\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2+2a^2}}}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{x\sqrt{x^2+2a^2}}{x^2+a^2}\Leftrightarrow 3\left(x^2+a^2\right)^2=4x^2\left(x^2+2a^2\right)\Rightarrow x=a.$$

$\Rightarrow DH=a$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SD=\frac{a^3}{6}$.

Cách 2:



Dựng hình vuông $ABDC \Rightarrow SD \perp (ABCD)$.

Đặt $SD = x, x > 0$.

Kẻ $DH \perp SB, (H \in SB) \Rightarrow DH \perp (SAB)$ và $DH = \dfrac{ax}{\sqrt{x^2+a^2}}$.

Kẻ $DK \perp SC, (K \in SC) \Rightarrow DK \perp (SAC)$ và $DK = \dfrac{ax}{\sqrt{x^2+a^2}}$.

Ta có $\dfrac{SH}{SB} = \dfrac{SK}{SC} = \dfrac{SD^2}{SB^2} = \dfrac{x^2}{x^2+a^2} \Rightarrow HK // BD \Rightarrow HK = \dfrac{x^2}{x^2+a^2}BD = \dfrac{x^2}{x^2+a^2}.a\sqrt{2}$.

Ta có $\cos\left((SAB), (SAC) \right) = \left|\cos \widehat{HDK}\right| = \left|\dfrac{DH^2+DK^2-HK^2}{2DH.DK}\right|$

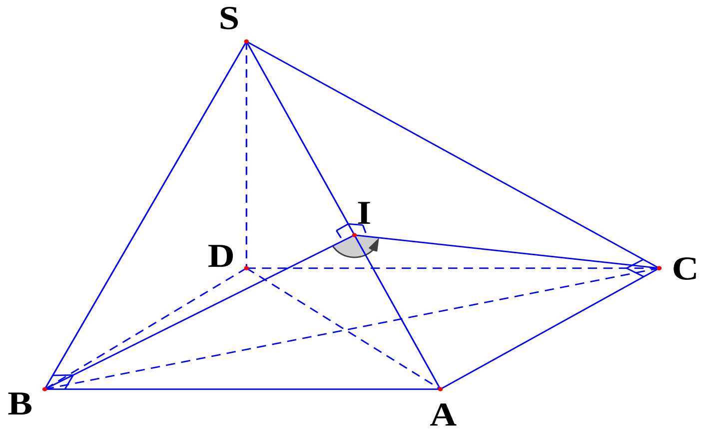
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \left| \frac{\dfrac{2x^2a^2}{x^2+a^2} - \dfrac{2a^2x^4}{\left(x^2+a^2\right)^2}}{\dfrac{2x^2a^2}{x^2+a^2}} \right| \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \left|\frac{a^2}{x^2+a^2}\right| \Leftrightarrow x = a.$$

$\Rightarrow SD = a.$

Lại có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{a^2}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SD = \dfrac{a^3}{6}$.

Cách 3:



Ta có $\Delta \perp SAB = \Delta \perp SAC$ và chung cạnh huyền SA. Kẻ $BI \perp (SA) \Rightarrow CI \perp (SA)$ và góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) là góc giữa hai đường thẳng BI và $CI \Rightarrow (BI; CI) = 60°$.

Có $BC = a\sqrt{2}$, ΔBIC cân tại I. Do $BI = CI < AC = a < a\sqrt{2} = BC$ nên ΔBIC không đều

$\Rightarrow BIC = 120° \Rightarrow BI = CI = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Từ đó $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $AB^2 = AI.SA \Rightarrow SA = a\sqrt{3}.$

Dựng hình vuông $ABDC \Rightarrow SD \perp (ABDC)$.

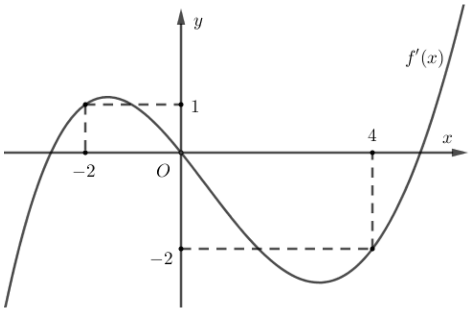
Có : $SD = \sqrt{SA^2 - AD^2} = a; S_{\Delta ABC} = a^2 \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} S_{\Delta ABC}.SD = \dfrac{a^3}{6}.$

HOẶC CÁCH KHÁC PPTHỂ TÍCH

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} S_{\Delta IBC}.(SI + AI) = \dfrac{1}{3} S_{\Delta IBC}.SA$.

Với $S_{\Delta IBC} = \dfrac{1}{2}.IB.IC.\sin 120° = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{6} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}.a\sqrt{3} = \dfrac{a^3}{6}.$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(2;3)$.

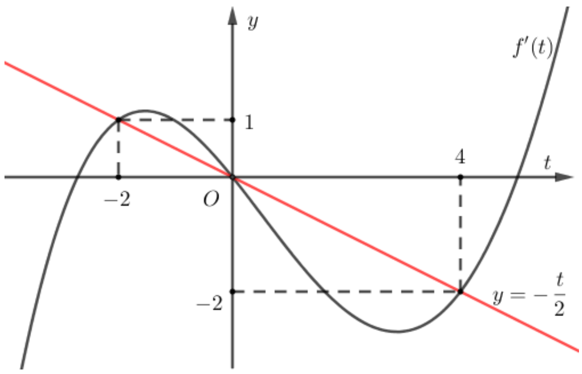
Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$

$g'(x) < 0 \Leftrightarrow -2f'(1-2x) + 2x - 1 < 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) > \dfrac{2x-1}{2}$ (*).

Đặt $t = 1 - 2x$, ta có đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -\dfrac{t}{2}$ như hình vẽ sau :



Trên đoạn $[-2;4]$ thì $(*) \Leftrightarrow f'(t) > -\dfrac{t}{2} \Rightarrow -2 < t < 0 \Leftrightarrow -2 < 1 - 2x < 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} < x < \dfrac{3}{2}$.

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Đối chiếu với các phương án suy ra chọn đáp án A vì $\left(1;\frac{3}{2}\right)\subset\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

--------- HẾT ---------